



Matemática Computacional: Laboratório em Engenharia e Ciências

Versão 1.33

Douglas Coimbra de Andrade

22/03/2010

1. Índice

1. ÍNDICE.....	2
2. INTRODUÇÃO.....	4
3. COMANDOS DA LINHA DE COMANDO.....	4
3.1 CRIANDO MATRIZES E VETORES.....	4
3.2 FUNÇÕES MATEMÁTICAS RECONHECIDAS.....	5
3.2.1 Funções que admitem argumentos matriciais complexos.....	5
3.2.2 Funções que admitem argumentos matriciais reais.....	5
3.2.3 Funções geradoras de matrizes e vetores.....	6
3.2.4 Funções que operam vetores.....	6
4. ÁLGEBRA LINEAR.....	6
4.1 EDITOR DE MATRIZES.....	6
4.2 TRANSPOSTA, INVERSA E DETERMINANTE.....	7
4.3 RESOLVER SISTEMA LINEAR.....	7
5. PROGRAMAÇÃO MCLABEN.....	7
6. GRÁFICOS.....	8
6.1 GRÁFICOS YXX.....	8
6.2 CURVAS E SUPERFÍCIES NO ESPAÇO.....	8
6.3 INTERFACE PARA GRÁFICOS.....	9
6.3.1 Manipulação de Curvas (Ambiente 2D).....	9
6.3.2 Manipulação de Curvas e Superfícies (Ambiente 3D).....	10
6.4 AQUISIÇÃO DE DADOS.....	10
6.4.1 Caso Especial: Autoadquirir.....	12
6.5 PROPAGACÃO DE INCERTEZAS.....	13
6.5.1 Assistente de Propagação.....	13
6.5.2 Módulo Principal.....	14
6.5.3 Fórmulas.....	15
7. SEDOS E SISTEMAS DINÂMICOS.....	16
7.1 SOLUÇÕES DE SEDOS.....	16
7.1.1 Inserção das Equações no Solucionador.....	16
7.1.1.1 Comentários.....	16
7.1.1.2 Relações Diferenciais.....	16
7.1.1.3 Igualdades.....	17
7.1.1.4 Restrições e Vantagens.....	17
7.1.2 Inserção das Condições Iniciais.....	18
7.1.3 Ajuste dos Parâmetros da Solução Numérica.....	18
7.1.4 Respostas, Gráficos e Estatística do Solver.....	19
7.1.5 Exportação de Dados/Salvar SEDOs/Ler SEDOs a partir de Arquivos.....	19

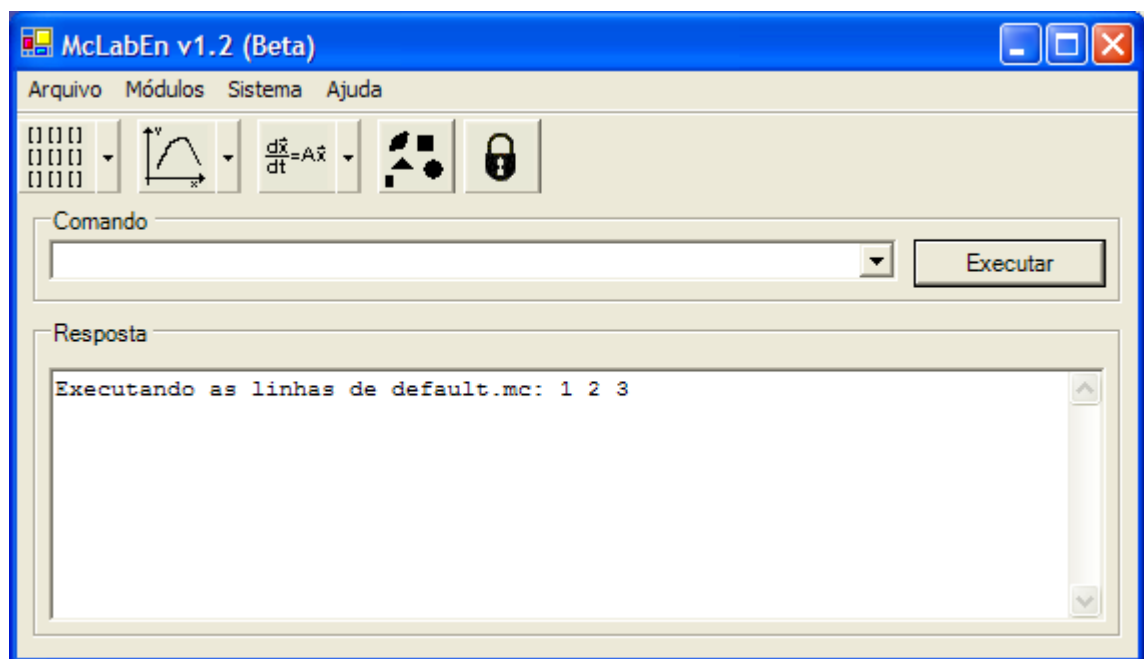
<u>7.2 GRAFOS DE FLUXO DE SINAIS.....</u>	<u>19</u>
<u>7.2.1 Criação do Grafo.....</u>	<u>20</u>
<u>7.2.2 Análises do Grafo.....</u>	<u>21</u>
<u>7.2.3 Salvar/abrir Grafo.....</u>	<u>21</u>
<u>8. IDENTIFICADOR DE PADRÕES.....</u>	<u>21</u>
<u>9. CRIPTOGRAFIA CAÓTICA.....</u>	<u>21</u>
<u>10. BIBLIOGRAFIA.....</u>	<u>21</u>
<u>APÊNDICE A – CONSTANTES PRÉ-DEFINIDAS.....</u>	<u>21</u>
<u>APÊNDICE B – COMANDOS DE SISTEMA.....</u>	<u>22</u>
<u>APÊNDICE C – ALGORITMOS A SEREM IMPLEMENTADOS.....</u>	<u>22</u>
<u>APÊNDICE D – ORDEM DAS COMPONENTES DE FREQUÊNCIA DA FFT</u>	<u>22</u>
<u>.....</u>	<u>22</u>

2. Introdução

McLabEn é um sistema concebido para permitir manipulação numérica rápida e eficiente de dados e matrizes. Seu interpretador é capaz de realizar com celeridade grande parte das operações corriqueiras, como solução de sistemas lineares, inversão de matrizes e avaliação numérica de expressões (que podem incluir números complexos).

As caixas de ferramentas auxiliares fornecem recursos muito úteis e fáceis de utilizar para a solução de diversos problemas (solução de equações diferenciais, construção de gráficos, simulação de grafos de sistemas, etc.). A missão do programa é oferecer soluções em cálculo numérico e algoritmos computacionais inteligentes que sejam muito fáceis de utilizar, sem comprometimento da qualidade das soluções.

3. Comandos da Linha de Comando



Para executar um comando basta digitá-lo na caixa Comando e pressionar Enter (ou clicar Executar).

Os comandos executados na linha de comando têm uma sintaxe padrão:

<variável> = <valor>.

Quando a variável não é especificada, o programa atribui seu valor à variável de sistema ans. Podem ser utilizados argumentos complexos nas funções matemáticas que admitem tais argumentos. Nota: o ambiente é *case sensitive*, ou seja, existe diferença entre maiúsculas e minúsculas (por exemplo, abs funciona; Abs não). A unidade imaginária é 'i' (minúsculo) ou 'j' (minúsculo).

Nas funções com mais de um argumento, o caractere separador é o ; (ponto e vírgula).

Para executar o comando desejado, digite-o na linha de comando e pressione Enter.

3.1 Criando Matrizes e Vetores

A sintaxe utilizada para criar matrizes e vetores é a seguinte:

- Os elementos do vetor/matriz ficam entre chaves []
- Os elementos de uma mesma linha são separados por espaço
- A separação de linha é feita através do ponto-e-vírgula (;)

Exemplos:

Comando	Resposta
M=[1 2 3;-2 1 2;3 5 6]	M = [1 2 3 -2 1 2 3 5 6]
b=[1 2 3+i]	b = [1 2 3+i]

Para acessar elementos ou submatrizes de uma matriz utilize o comando extrair (descrito em Funções Matemáticas Reconhecidas).

3.2 Funções Matemáticas Reconhecidas

3.2.1 Funções que admitem argumentos matriciais complexos

Descrição	Funções (argumentos: z, x, y etc.)	Exemplos
Argumento de número complexo	arg(z), Arg(z)	arg(cos(Pi/6)+sin(Pi/6)*i)/Pi*180=30
Determinante	det(z)	det([1 i;2 3])=3-2*i
Dimensões de matriz	numlinhas(z), numcols(z) = numcolunas(z)	
Exponencial	exp(z)	exp(1)=2,718281828459
Extrair submatriz de matriz começando na linha L0 e terminando em Lf e começando na coluna C0 e terminando em Cf	extrair(z;L0;Lf;C0;Cf)	
Funções trigonométricas	sen(z) = sin(z), cos(z), tan(z) = tg(z), sec(z), cossec(z) = csc(z), cotan(z) = cotg(z)	sin(i)=1,175201193644*i
Funções trigonométricas hiperbólicas	senh(z) = sinh(z), cosh(z), tanh(z)	
Inversa de matriz	invmat(z) = inversa(z) = inverse(z)	
Inverso dos termos de uma matriz	invtermos(z)	invtermos([0.5 2])=[2 0.5]
Logaritmo	ln(z)	ln(exp(1))=1
Norma (v0.5)	norma(A) = norm(A)	norma([1 1;1 1])=2 (=sqrt(4))
Parte imaginária de número complexo	Im(z)	Im([i 1])=[1 0], Im(3+4*i)=4
Parte real de número complexo	Re(z)	Re([i 1])=[0 1], Re(3+4*i)=3
Potenciação	pow(x;y) = x^y	pow(4;i) = 0,18345697+0,983027*i
Produto entre matrizes	x*y	[1 2;1 2]*[2 3;1 2]=[4 7;4 7]
Produto escalar	dot(x;y) = prodescalar(x;y) = prodesc(x;y)	
Raiz quadrada	sqrt(z)	sqrt(-1)=i
Solução de sistemas lineares – resolve o sistema Ax=b	linsolve(A;b) = sistlinear(A;b)	
Solução de sistemas lineares reais: resolve Re(A)x=Re(b)	linsolve(A;b)	
Transposta de matriz	transpose(z) = transposta(z)	
Valor absoluto	abs(z)	abs(-1)=1, abs(3+4*i)=5

3.2.2 Funções que admitem argumentos matriciais reais

Descrição	Funções (argumentos: z, x, y etc.)	Exemplos
Funções trigonométricas inversas	arctan(z) = arctg(z), arcsin(z) = arcsen(z),	

	arccos(z)	
Função Degrau Unitário	Heaviside(z), Hs(z)	Hs([-1 1 2])=[0 1 1]
Função fatorial (v0.41)	gama(z) = gamma(z) = fatorial(z) = factorial(z)	gama(4)=6, gama(4,5)
Piso	piso(z), floor(z)	floor([1,2 2,3])=[1 2]
Teto	teto(z), ceil(z)	ceil([1,2 2,3])=[2 3]

3.2.3 Funções geradoras de matrizes e vetores

Descrição	Funções (argumentos: z, x, y etc.)	Exemplos
Identidade nxn	identity(n) = identidade(n)	
Matriz de Vandermonde nxn	Vander(n) = vander(n) = Vandermonde(n) = vandemonde(n)	
Matriz pxq de números reais aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo [0,1].	random(p;q)=aleat(p;q)	
Matriz nxm de linhas iguais e colunas igualmente espaçadas (v0.5)	linspaceY(x0;xf;n;m)	linspaceY(0;5;2;6)= [0 1 2 3 4 5; 0 1 2 3 4 5] ^T
Matriz nxm de colunas iguais e linhas igualmente espaçadas (v0.5)	linspaceX(x0;xf;n;m)	linspaceX(0;5;6;2)= [0 1 2 3 4 5; 0 1 2 3 4 5]
Matriz de uns (v0.42)	uns(2;2), ones(3;1)	uns(1;4)=[1 1 1 1] uns(2;2)=[1 1; 1 1]
Vetor com seqüência linear começando em x0, terminando em xf com n pontos igualmente espaçados no intervalo.	linspace(x0;xf;n)	linspace(0;5;6)=[0 1 2 3 4 5]

3.2.4 Funções que operam vetores

Descrição	Funções (argumentos: z, x, y etc.)	Exemplos
Transformada rápida de Fourier FFT (v0.42)	FFT(v)	FFT([1 2 3 4])
Raízes de equações polinomiais complexas (v0.5) Trata-se de uma implementação do método de Laguerre que, nos testes realizados, mostrou eficiência para polinômios de grau até 50, podendo ocorrer perda de raízes para polinômios de graus maiores.	raízes(v), roots(v), raizes(v)	roots([1 -3 2]) ans = [1 2] roots([1 -i 2+i]) ans = [0.32574-1.035*i -0.32574+2.035*i]
Transformada rápida inversa de Fourier iFFT (v0.42)	iFFT(v)	iFFT([1 2 3 4])

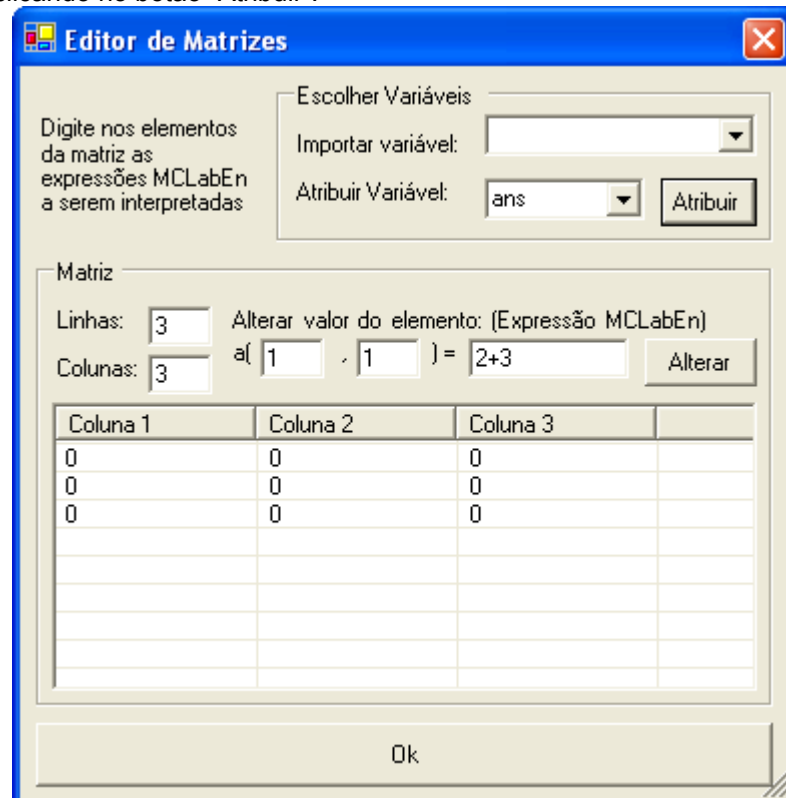
4. Álgebra Linear



4.1 Editor de Matrizes

O editor de matrizes é um recurso construído para facilitar a edição de matrizes existentes, embora também sirva para criar novas matrizes. O procedimento para criar/editar matrizes é o seguinte:

1. Se a intenção é criar uma nova matriz, pule para o passo 2. Para abrir uma matriz existente na memória do ambiente de trabalho, clique na lista “Importar Variável” e escolha a variável a ser importada para o ambiente de edição. Os elementos do vetor ou matriz aparecem na tela, dentro do frame Matriz.
2. Escolha o número de linhas e colunas da matriz, editando as caixas de texto “Linhas” e “Colunas”.
3. Altere os valores dos elementos desejados. O elemento $a(i,j)$ é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna. Digite o valor a ser atribuído e pressione Enter (ou clique no botão Alterar).
4. Repita o passo 3 até editar todos os valores desejados.
5. Exporte a matriz criada para o ambiente McLabEn digitando o nome da variável no campo “Atribuir Variável” e clicando no botão “Atribuir”.



4.2 Transposta, Inversa e Determinante

Ao clicar em qualquer uma das opções acima, o McLabEn abre uma janela perguntando qual matriz, dentre as que estão na memória, deve ser tomada como argumento. No caso de inversa e determinante, somente as matrizes quadradas são exibidas.

Se a matriz não for inversível, a resposta é uma matriz identicamente nula de mesma dimensão do argumento.

4.3 Resolver Sistema Linear

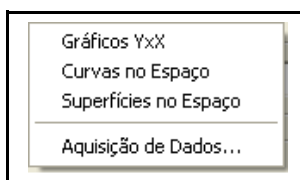
Resolve o sistema linear $Ax=b$ pelo método da fatoração LU. Ao clicar nessa opção, o McLabEn exhibe todas as matrizes quadradas $n \times n$ na memória (que será a matriz A da fórmula). A seguir, o sistema mostra todos os vetores $1 \times n$ compatíveis com a matriz A (ou seja, se A é 3×3 , exhibe todos os vetores 1×3). Após selecionados os dois argumentos, o programa exhibe a resposta.

5. Programação McLabEn

O usuário McLabEn pode criar suas próprias funções (v1.2). Essas funções são interpretadas e armazenadas internamente quando invocadas na linha de comando. De dentro das funções é possível invocar todos os comandos da linha de comando e também todas as demais funções criadas pelo usuário.

Cada função criada pelo usuário deve ficar em um arquivo diferente. Um cuidado essencial é dar ao arquivo contendo a função <função> o nome <função>.mcf. Por exemplo, a função minQuad deve estar implementada no arquivo minQuad.mcf. **Atenção: o McLabEn diferencia maiúsculas e minúsculas em funções.** Dessa forma, minquad não é o mesmo que minQuad.

6. Gráficos



6.1 Gráficos YxX

Inicialmente, o programa pede para o usuário escolher o vetor que contém as coordenadas X dos pontos e, após isso, o vetor que contém as coordenadas Y, para construir o gráfico YxX. Em seguida, pede-se o título que será exibido na tela. Para não adicionar novos dados ao ambiente de gráficos 2D, basta clicar Cancelar em alguma das etapas.

6.2 Curvas e Superfícies no Espaço

v0.5 – Utilização do pacote gráfico OpenGL para renderização dos gráficos.

Com a implementação de OpenGL, tornou-se possível confeccionar gráficos de curvas e superfícies tridimensionais.

Para confeccionar curvas tridimensionais, basta selecionar “Curvas no Espaço” no menu gráficos e escolher os vetores que contêm as coordenadas X, Y e Z dos pontos. Pode-se, também, definir cores nos vértices. As cores são interpoladas linearmente pela placa de vídeo.

Para plotar superfícies, é necessário criar as matrizes de suas coordenadas X, Y e Z. Para essa finalidade, foram implementadas as funções linspaceX e linspaceY. Exemplo: gráfico de uma gaussiana:

```
matrx=linspaceX(-3;3;10;10)
matry=linspaceY(-3;3;10;10)
fxy=exp(-dot(matrx;matrx)-dot(matry;matry))

matrx =
[-3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3
 -3 -2.333 -1.667 -1 -0.3333 0.3333 1 1.667 2.333 3 ]

matry =
[-3 -3 -3 -3 -3 -3 -3 -3 -3 -3
 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333 -2.333
 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667 -1.667
 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333 -0.3333
 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333 0.3333
 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 1.667 1.667 1.667 1.667 1.667 1.667 1.667 1.667 1.667
 2.333 2.333 2.333 2.333 2.333 2.333 2.333 2.333 2.333
 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ]

fxy =
[1.523E-08 5.332E-07 7.673E-06 4.54E-05 0.0001104 0.0001104 4.54E-05 7.673E-06 5.332E-07 1.523E-08
```


5.332E-07	1.866E-05	0.0002686	0.001589	0.003866	0.003866	0.001589	0.0002686	1.866E-05	5.332E-07
7.673E-06	0.0002686	0.003866	0.02287	0.05564	0.05564	0.02287	0.003866	0.0002686	7.673E-06
4.54E-05	0.001589	0.02287	0.1353	0.3292	0.3292	0.1353	0.02287	0.001589	4.54E-05
0.0001104	0.003866	0.05564	0.3292	0.8007	0.8007	0.3292	0.05564	0.003866	0.0001104
0.0001104	0.003866	0.05564	0.3292	0.8007	0.8007	0.3292	0.05564	0.003866	0.0001104
4.54E-05	0.001589	0.02287	0.1353	0.3292	0.3292	0.1353	0.02287	0.001589	4.54E-05
7.673E-06	0.0002686	0.003866	0.02287	0.05564	0.05564	0.02287	0.003866	0.0002686	7.673E-06
5.332E-07	1.866E-05	0.0002686	0.001589	0.003866	0.003866	0.001589	0.0002686	1.866E-05	5.332E-07
1.523E-08	5.332E-07	7.673E-06	4.54E-05	0.0001104	0.0001104	4.54E-05	7.673E-06	5.332E-07	1.52E-08

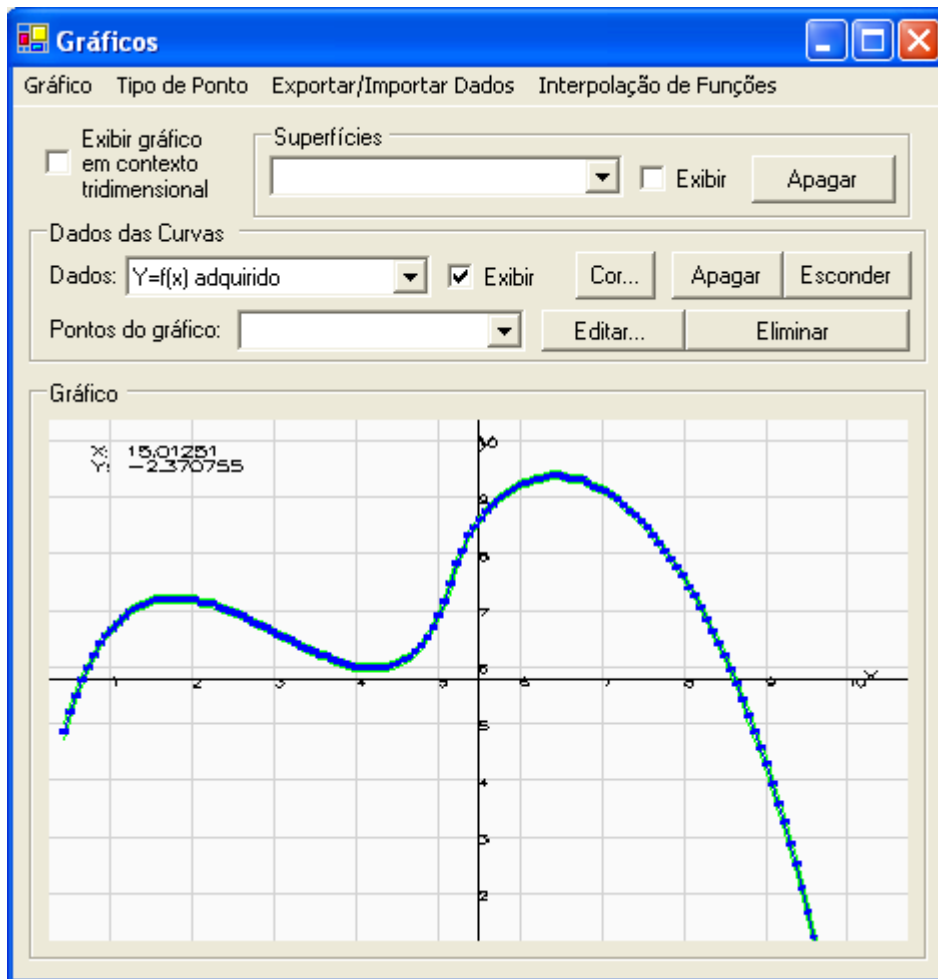
Os dados referentes à função são fxy. Naturalmente, é possível parametrizar superfícies utilizando esse método.

6.3 Interface para Gráficos

O ambiente gráfico McLabEn inclui curvas e superfícies e será explicado no presente tópico. A interface suporta tridimensionalidade, que pode ser ativada com a opção “Exibir gráfico em contexto tridimensional”, e permite interatividade com o mouse.

6.3.1 Manipulação de Curvas (Ambiente 2D)

O primeiro passo para começar a manipulação é escolher um conjunto de dados clicando na lista de nome “Curvas:”. Após isso, os recursos disponíveis são:



Recurso	Procedimento
Apagar o conjunto de dados	Clique no botão Apagar
Editar ponto do conjunto de dados	Escolha o ponto na lista “Pontos do gráfico” e clique no botão Editar. Em seguida, digite as novas coordenadas do ponto no formato [x y].

Eliminar ponto do conjunto de dados	Escolha o ponto na lista “Pontos do gráfico” e clique no botão Eliminar.
Escala automática de todos os conjuntos de pontos que estão sendo exibidos	Clique no menu Gráfico → Escala Automática ou clique com o botão direito do mouse na área de desenho
Esconder o conjunto de dados	Clique no botão Esconder
Exibir conjunto de dados	Basta escolher o conjunto de dados
Exibir marca nos pontos do conjunto de dados	Clique no menu Tipo de Ponto. Escolha um tipo de gráfico dentre as opções definidas OU determine um caracter que irá marcar os pontos (Tipo de Ponto -> Letra) OU escolha numerar os pontos na ordem em que foram armazenados (Numerar Pontos).
Exportar para um arquivo	Clique no menu Exportar/Importar Dados -> Exportar para Arquivo e crie o arquivo .txt que irá conter o conjunto de dados.
Exportar para uma variável no ambiente de comando McLabEn	Clique no menu Exportar/Importar Dados -> Exportar variável. Escolha os nomes das variáveis que irão receber os dados do eixo X e Y. Nota: se as variáveis já existirem, elas serão sobrescritas.
Importar de arquivo	Clique no menu Exportar/Importar Dados -> Importar do Arquivo e selecione o arquivo de dados .txt no formato reconhecido pelo McLabEn.
Mudar a cor do conjunto de dados	Clique no botão Cor... e selecione da lista
Não exibir marca nos pontos do gráfico	Clique no menu Tipo de Ponto -> Não exibir pontos
Quantidade de divisões nos eixos	Clique no menu Gráfico -> Divisões no eixo X (ou Y) e escolha a densidade de divisões (Nenhuma, Poucas, Médias, Muitas)
Zoom em parte do gráfico	Clique e arraste o mouse sobre a região a ser magnificada

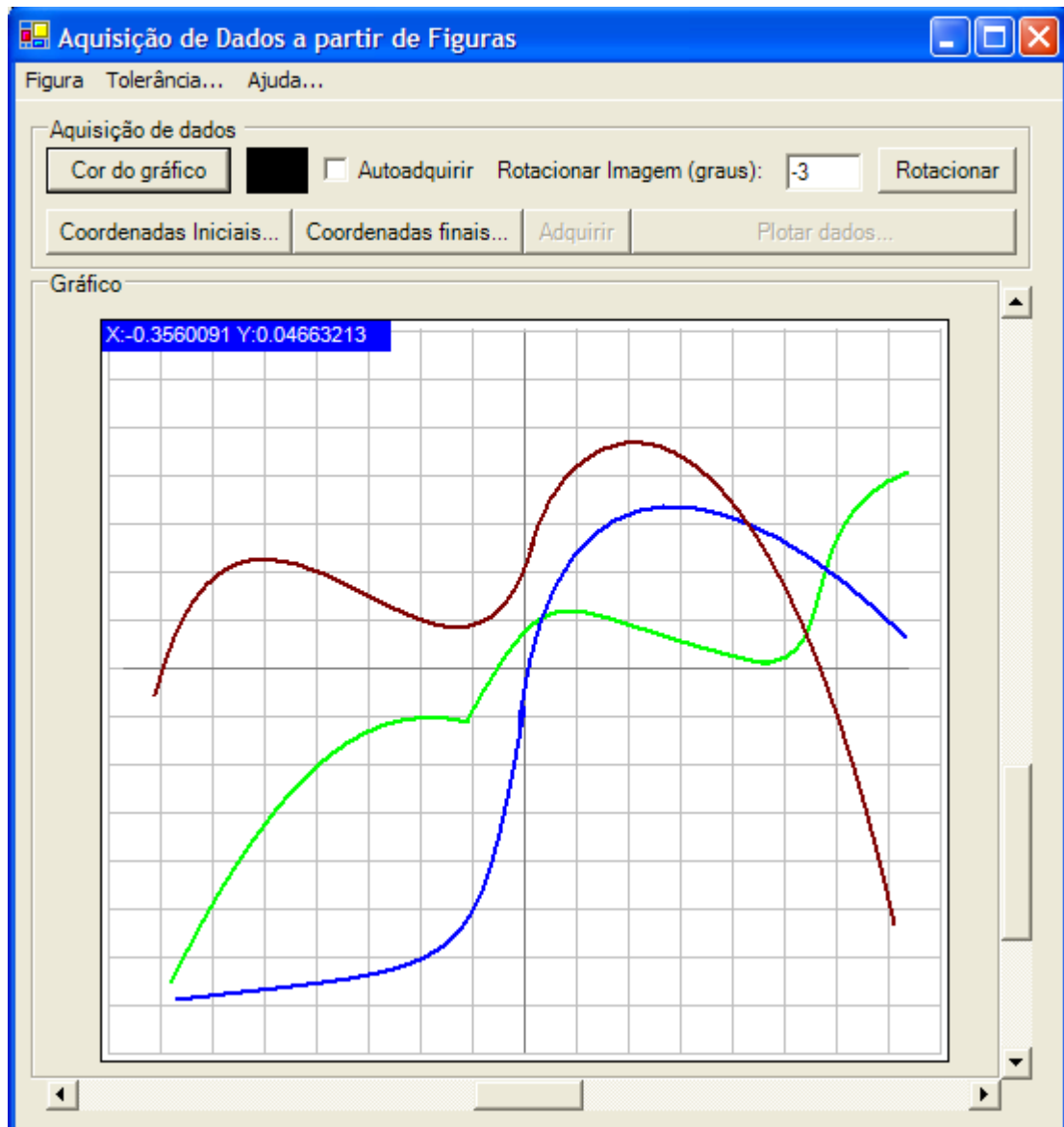
6.3.2 Manipulação de Curvas e Superfícies (Ambiente 3D)

O ambiente 3D permite apenas rotação dos eixos e escala automática.

6.4 Aquisição de Dados

O objetivo do sistema de aquisição de dados é ler uma figura (.bmp, .jpg, etc.) que contenha um gráfico de função (que pode, inclusive, ter sido escaneado) e extrair desse gráfico as coordenadas dos pontos da função. Para que o sistema funcione perfeitamente, as recomendações são as seguintes:

- A cor da função a ser adquirida deve ser diferente de todas as demais cores da figura. Isso é **essencial** para que o software não confunda quais pontos pertencem à função e quais pontos devem ser ignorados.
- O gráfico deve representar uma função. Se isso não acontecer, somente os pontos do extremo superior serão adquiridos.

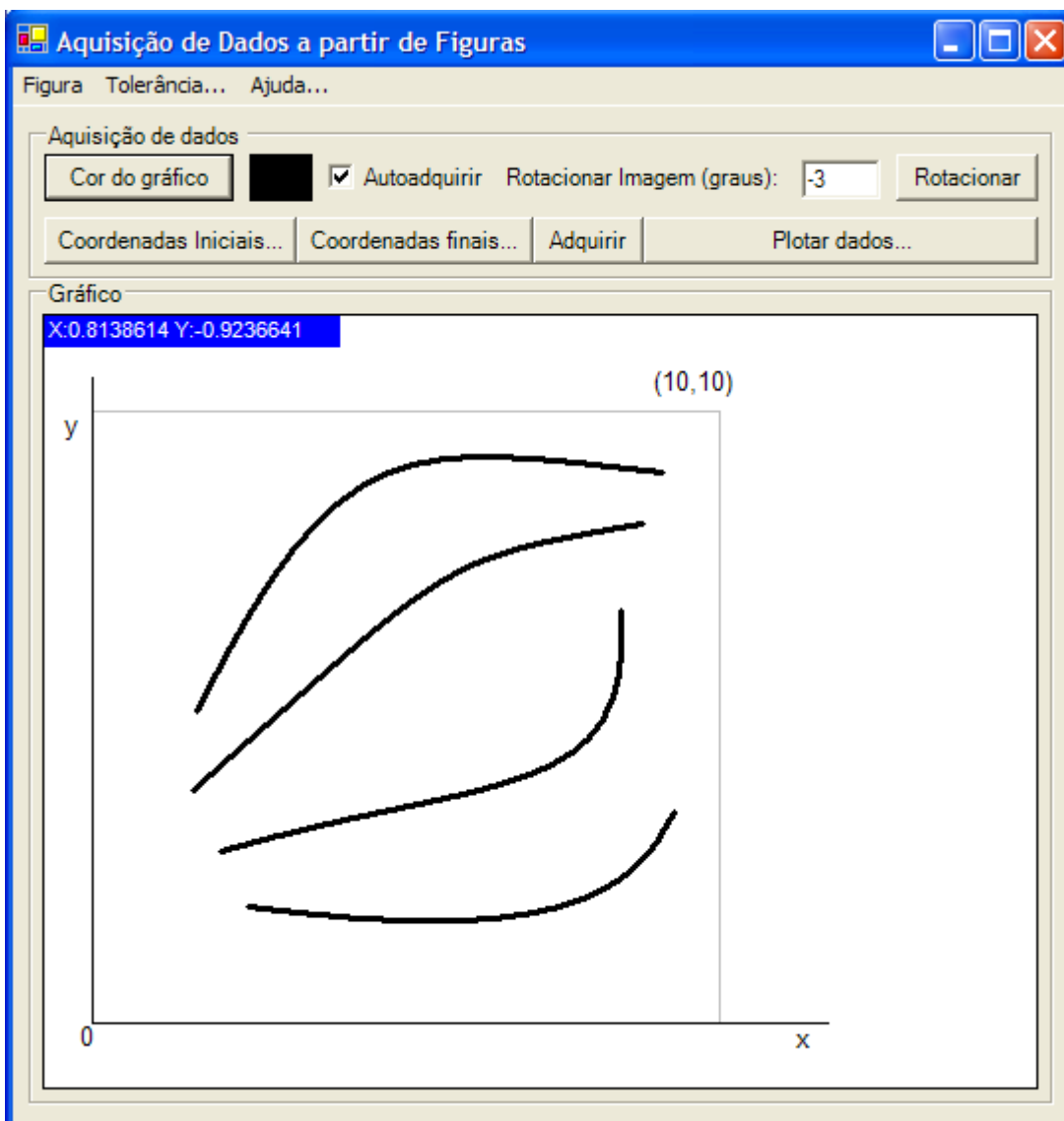


Para efetuar a leitura, siga os seguintes passos:

1. Clique no menu Figura -> Importar... e carregue a figura contendo o gráfico da função;
2. Garanta que a cor da função é diferente das demais cores da figura;
3. Se a imagem não estiver com um desnível angular, pule para o passo 4. Se não, determine um ângulo de correção e clique no botão Rotacionar até que a angulação do gráfico esteja da forma desejada;
4. Clique no botão Coordenadas Iniciais..., especifique o valor da coordenada e clique em um ponto da imagem que corresponda a essas coordenadas *;
5. Similarmente, Clique no botão Coordenadas Finais..., especifique o valor da coordenada e clique em um ponto da imagem que corresponda a essas coordenadas *. **Importante:** o sistema adquire pontos em toda a extensão vertical do gráfico, mas na direção horizontal, *apenas entre as coordenadas iniciais e finais*;
6. Determine a cor do gráfico. Faça isso clicando no botão Cor do Gráfico e, em seguida, clicando em um ponto dentro da figura que seja da mesma cor do gráfico (isto é, **clique em um ponto do gráfico para que o programa identifique sua cor**). Verifique se a cor selecionada a partir do gráfico é a desejada na cor que aparece ao lado do botão Cor do Gráfico;
7. Clique no botão Adquirir e especifique a quantidade de pontos igualmente espaçados que serão adquiridos a partir da figura;
8. Clique no botão Plotar Dados... para manipular os dados adquiridos na interface para gráficos 2D.

(v1.33) * Se a figura for maior do que o espaço disponível na tela, basta utilizar as barras de rolagem para acessar a região do gráfico que corresponde à coordenada desejada.

6.4.1 Caso Especial: Autoadquirir



Existem casos em que os gráficos estão muito bem definidos, suas cores são bem diferentes das cores das linhas do grid (ou não há grid), mas eles possuem, todos, a mesma cor, como no exemplo mostrado neste tópico.

Nesses casos, como o algoritmo de aquisição faz a leitura de cima para baixo, é necessário editar manualmente a figura para apagar os gráficos superiores, o que pode ser um incômodo. Para isso, foi criado um algoritmo específico, que tenta reconhecer pontos de funções que não apresentem descontinuidades. Em resumo, se:

- A imagem contém várias curvas que não se tocam (essencial);
- Essas curvas não contêm descontinuidades e estão bem definidas na imagem (essencial);
- Não há grid ou o grid tem cor diferente da dos gráficos (essencial);
- As curvas têm cores parecidas (este requisito não é essencial para o funcionamento do Autoadquirir).

Então, o procedimento que utiliza o comando Autoadquirir é o mais adequado:

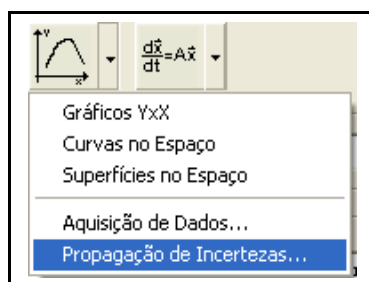
1. Clique no menu Figura -> Importar... e carregue a figura contendo o gráfico da função;
2. Marque o botão Autoadquirir;
3. Clique no botão Coordenadas Iniciais..., especifique o valor da coordenada e clique em um ponto da imagem que corresponda a essas coordenadas;
4. Similarmente, Clique no botão Coordenadas Finais..., especifique o valor da coordenada e clique em um ponto da imagem que corresponda a essas coordenadas. **Importante:** o sistema adquire pontos em toda a extensão vertical do gráfico, mas na direção horizontal, *apenas entre as coordenadas iniciais e finais*;
5. Clique no botão Cor do Gráfico. Clique sobre a curva cujos dados deseja adquirir. O programa adquire automaticamente os dados, mostrando os gráficos correspondentes.
6. Se for necessário adquirir os dados de mais curvas, basta clicar nos demais gráficos.

6.5 Propagação de Incertezas

O sistema de Propagação de Incertezas é um meio prático para propagar incertezas em medições de laboratório, utilizando os métodos clássicos de propagação de incerteza (absoluta e estatística) para obter as incertezas de dados calculados a partir de resultados experimentais.

É possível entrar no módulo de propagação de incertezas da seguinte forma:

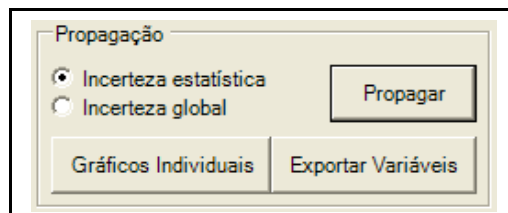
Clique no botão dropdown de gráficos e plots e, em seguida, na opção “Propagação de Incertezas...”



6.5.1 Assistente de Propagação

O Assistente de Propagação é uma ferramenta prática para propagar incertezas de dados obtidos em laboratório. É aberto automaticamente quando se clica em Propagação de Incertezas, mas pode ser acessado pelo módulo principal no menu Assistente. Basta seguir os passos apresentados para inserir dados e equações. Após finalizar o assistente, siga as seguintes etapas:

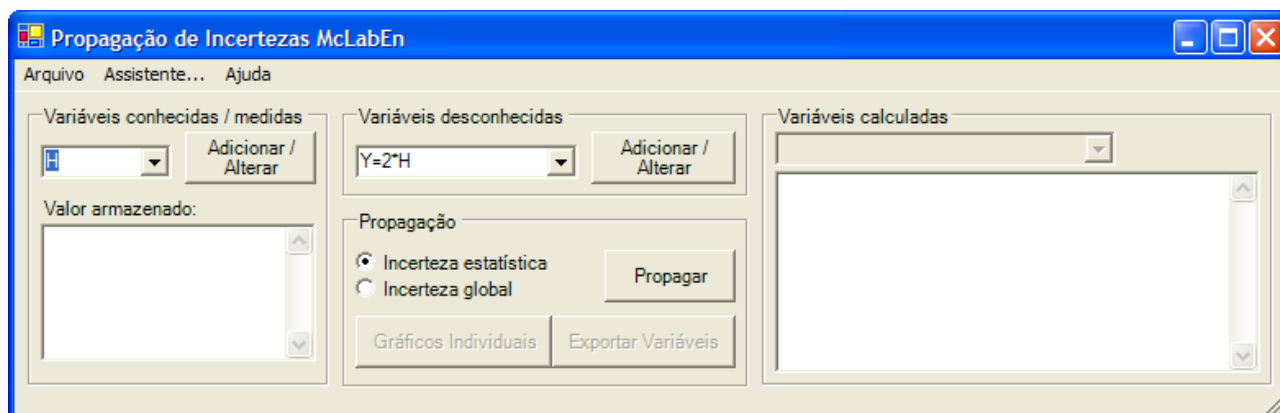
1. Após clicar em Concluir, clique no botão Propagar do módulo principal para que seja feita a propagação.
2. O McLabEn mostra as variáveis propagadas e possíveis motivos pelos quais não tenha sido capaz de propagar incerteza em alguns casos. Após a propagação, ficam habilitados os botões de Gráficos e Exportar Variáveis.



3. Para visualizar os gráficos das variáveis do problema, clique em Gráficos Individuais.
4. Todas as variáveis calculadas e suas respectivas incertezas podem ser visualizadas em Variáveis Calculadas.
5. Para fazer gráficos de uma variável em função de outra, basta clicar em Exportar Variáveis. O propagador exporta as variáveis para o ambiente McLabEn. A partir daí, basta usar os

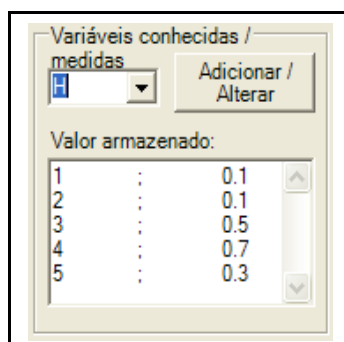
procedimentos descritos em Gráficos YxX para plotar a informação desejada. São exportados, também, os erros das variáveis, com nome err + <nome da variável>.

6.5.2 Módulo Principal

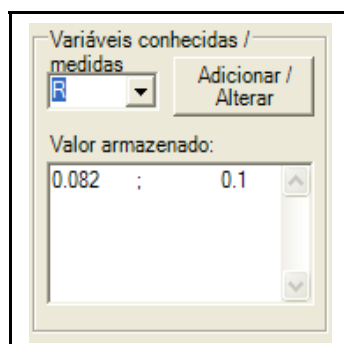


Quando as incertezas primárias das variáveis medidas já são conhecidas, pode ser mais prático utilizar diretamente o módulo principal para propagar incertezas, seguindo os seguintes passos:

1. A caixa Variáveis conhecidas / medidas contém os dados medidos em laboratório. Utilize a caixa ao lado do botão Adicionar / Alterar para dar um nome para o conjunto de dados. Digite os dados medidos e suas respectivas incertezas separadas por ; (ponto-e-vírgula) e espaços. Clique no botão Adicionar/Alterar para incluir o novo conjunto de dados.

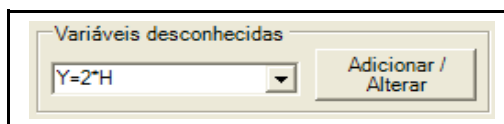


2. Se desejar inserir um escalar com sua respectiva incerteza para efetuar cálculos, basta dar um nome para a variável, colocar APENAS UM valor e UMA incerteza.

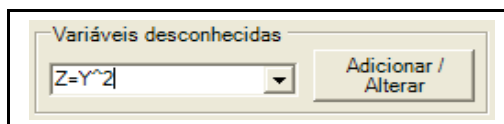


3. Insira todos os dados conhecidos repetindo as operações 2 e 3.
4. Para adicionar uma nova variável a ser calculada com base nos dados experimentais, digite sua relação com as variáveis conhecidas na caixa "Variáveis desconhecidas". Adicione a nova variável desconhecida com o botão Adicionar / Alterar. As fórmulas desse campo são operadas

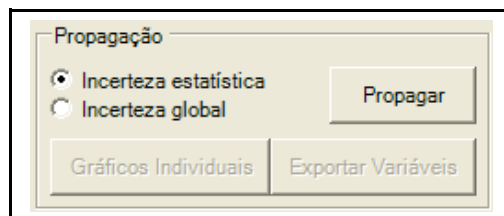
termo a termo entre as variáveis que forem vetores. Se alguma variável for escalar, então o valor e a incerteza do escalar são usadas em todas as operações.



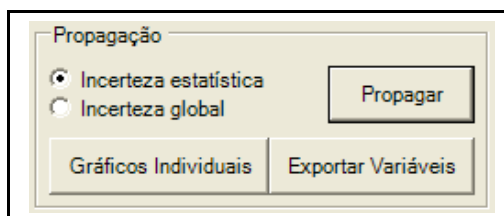
5. As variáveis desconhecidas subseqüentes podem estar em função de variáveis desconhecidas já adicionadas. Clique em Adicionar/Alterar para adicionar novas variáveis desconhecidas.



6. Para alterar uma relação adicionada incorretamente, basta digitar a relação correta na caixa ao lado do botão Adicionar / Alterar e clicar no botão. A nova relação substitui a anterior.
7. Repita os passos 6 e 7 até adicionar todas as variáveis desconhecidas.
8. O próximo passo é propagar as incertezas. Escolha o tipo de incerteza a propagar (estatística ou global) e clique no botão Propagar.



9. O McLabEn mostra as variáveis propagadas e possíveis motivos pelos quais não tenha sido capaz de propagar incerteza em alguns casos. Após a propagação, ficam habilitados os botões de Gráficos e Exportar Variáveis.



10. Para visualizar os gráficos das variáveis do problema, clique em Gráficos Individuais.
11. Todas as variáveis calculadas e suas respectivas incertezas podem ser visualizadas em Variáveis Calculadas.
12. Para fazer gráficos de uma variável em função de outra, basta clicar em Exportar Variáveis. O propagador exporta as variáveis para o ambiente McLabEn. A partir daí, basta usar os procedimentos descritos em Gráficos YxX para plotar a informação desejada. São exportados, também, os erros das variáveis, com nome err + <nome da variável>.

6.5.3 Fórmulas

A propagação de incertezas tem uma teoria à parte, que pode ser encontrada em [3]. As fórmulas para a propagação do erro de uma função f dependente de x_1, x_2, \dots, x_n são:

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

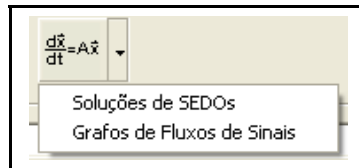
Incerteza global:

$$\delta f = \sum_{i=1}^n \left| \delta x_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} f \right) \right|$$

Incerteza estatística:

$$\delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\delta x_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} f \right) \right)^2}$$

7. SEDOs e Sistemas Dinâmicos



7.1 Soluções de SEDOs

O algoritmo para solução de sistemas de equações diferenciais ordinárias (SEDOs) no McLabEn é um Runge-Kutta de quarta ordem com correção de sexta ordem (detalhado em [1] e [2]).

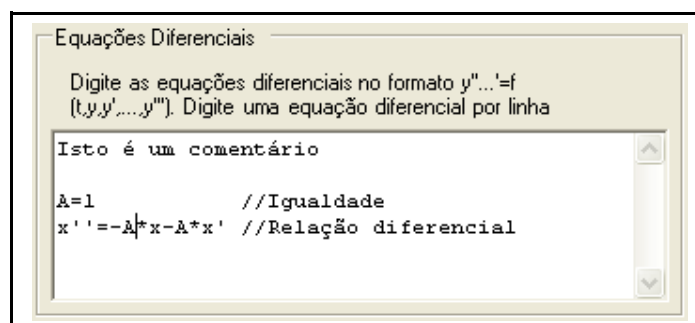
Um excelente recurso do McLabEn é que, ao contrário de diversos outros programas que resolvem SEDOs, o McLabEn efetua automaticamente a transformação das equações diferenciais de ordem maior do que 1 em sistemas de equações diferenciais de ordem 1.

Os detalhes do programa de implementação da solução podem ser encontrados nas referências [1] e [2].

7.1.1 Inserção das Equações no Solucionador

O espaço para inserção de equações no solucionador admite três tipos de linhas:

- Comentários (em verde) (v1.0)
- Relações diferenciais (em preto) (v1.0)
- Relações não-diferenciais (igualdades) (em azul) (v1.0)



7.1.1.1 Comentários

Qualquer linha que não contenha o sinal de igualdade "=" é entendida como um comentário e é completamente ignorada pelo solver de equações diferenciais. Adicionalmente, comentários podem ser colocados em qualquer linha: basta precedê-los por "//" (duas barras).

7.1.1.2 Relações Diferenciais

Para fornecer as equações diferenciais, utiliza-se uma "''" (aspa simples) para cada derivada da função (com relação à variável independente especificada na caixa de texto Variável Independente – o padrão é t). Assim, $x'' = -x - x'$ diz que a segunda derivada de $x(t)$ é igual a $x(t)$ menos sua derivada $x'(t)$. Observe que não se coloca o (t) do $x(t)$ na definição. *É necessário explicitar a derivada de maior ordem da equação do lado esquerdo da igualdade para que o solucionador funcione.* Uma vez definida a equação diferencial, a maior derivada da função e todas as outras tornam-se disponíveis para uso em igualdades e relações diferenciais, em linhas acima ou abaixo da linha onde a relação foi definida.

Exemplo de equação diferencial	Variáveis que se tornam disponíveis após a definição
$x''' = x'' - x$	x''', x'', x' e x
$f'' = f - f'$	f'', f' e f
$y'''' = \text{sqrt}(y) * t$	y''''', y'''', y''', y'' e y

Exemplos de entradas válidas	Descrição
$x'' = x' - y'$ $y' = x - y$	Sistema de equações diferenciais acopladas
$f'' = f * g + h$ $g'' = f * g - f - g$ $h'' = h'' - h + f$	Sistema de equações diferenciais acopladas (não-linear)

Exemplos de entradas inválidas	Motivo da falha
$x'' = x'' - x'$	A maior derivada precisa ser explicitada do lado esquerdo da equação
$x'' = y' - x'$	O programa não conhece o valor de x'' (pois a maior derivada de x que aparece – do lado esquerdo da equação – é 2).
$y' = x - x''$	

7.1.1.3 Igualdades

As igualdades são muito úteis para definir constantes do sistema ou saídas desejadas. Em linhas que definem igualdade não aparece a aspa simples ('), mas apenas a relação de igualdade. Uma vez definida a igualdade, a variável à esquerda na equação torna-se disponível para uso em todas as relações diferenciais (em linhas acima ou abaixo da definição), mas torna-se disponível para uso em igualdades somente em linhas **abaixo** de sua definição.

Exemplos de entradas válidas	Descrição
$A=1$ $y' = A * y + \text{sqrt}(B) * y$ $B=2+A$	Utilização de uma constante em uma EDO. Pode-se utilizar a constante B na EDO pois as variáveis definidas nas igualdades ficam disponíveis para todas as relações diferenciais do campo de equações.
$A = \text{abs}(y' - x')$ $x'' = -x' - x - y * C$ $B = \text{abs}(x - y)$ $y'' = -y' - y - x$ $C = \text{abs}(x - x')$	As constantes A, B e C podem ser saídas desejadas. Essa configuração da entrada é válida porque as relações diferenciais tornam as variáveis x , x' , x'' , y , y' e y'' disponíveis em TODAS as linhas da entrada, e as variáveis do lado esquerdo de igualdades ficam disponíveis para todas as relações diferenciais (acima ou abaixo).

Exemplos de entradas inválidas	Descrição
$A=B$ $B=1+A$ $y' = A * y + \text{sqrt}(A) * y$	Não se pode utilizar B do lado direito de uma igualdade pois B só fica disponível para esse fim nas linhas ABAIXO de sua definição.
$A=B+C$ $x'' = -x' - B * x - y$ $B = \text{abs}(x - y)$ $y'' = -y' - y - x$ $C = \text{abs}(x - x')$	Idem, B e C só ficam disponíveis para utilização em igualdades nas linhas abaixo de sua definição.

7.1.1.4 Restrições e Vantagens

As principais restrições na entrada das equações são:

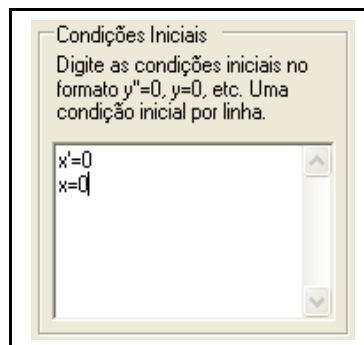
- Necessidade de isolar a maior derivada da equação diferencial

- Não se pode utilizar variáveis definidas do lado esquerdo de uma igualdade em linhas acima da linha de definição
- As derivadas de ordem superior à da maior não ficam disponíveis.

Por outro lado, as vantagens são compensadoras:

- Praticamente todos os softwares para solução numérica de equações diferenciais têm as restrições acima (ou restrições ainda piores, como a IMPOSSIBILIDADE de utilizar igualdades)
- O software determina automaticamente as condições iniciais que devem ser estipuladas para o sistema (conforme será visto a seguir), bem como transforma sozinho sistemas de ordens superiores em sistemas de primeira ordem.
- O software calcula de forma muito fácil praticamente todas as saídas que podem ser de interesse do usuário (conforme será visto a seguir).

7.1.2 Inserção das Condições Iniciais

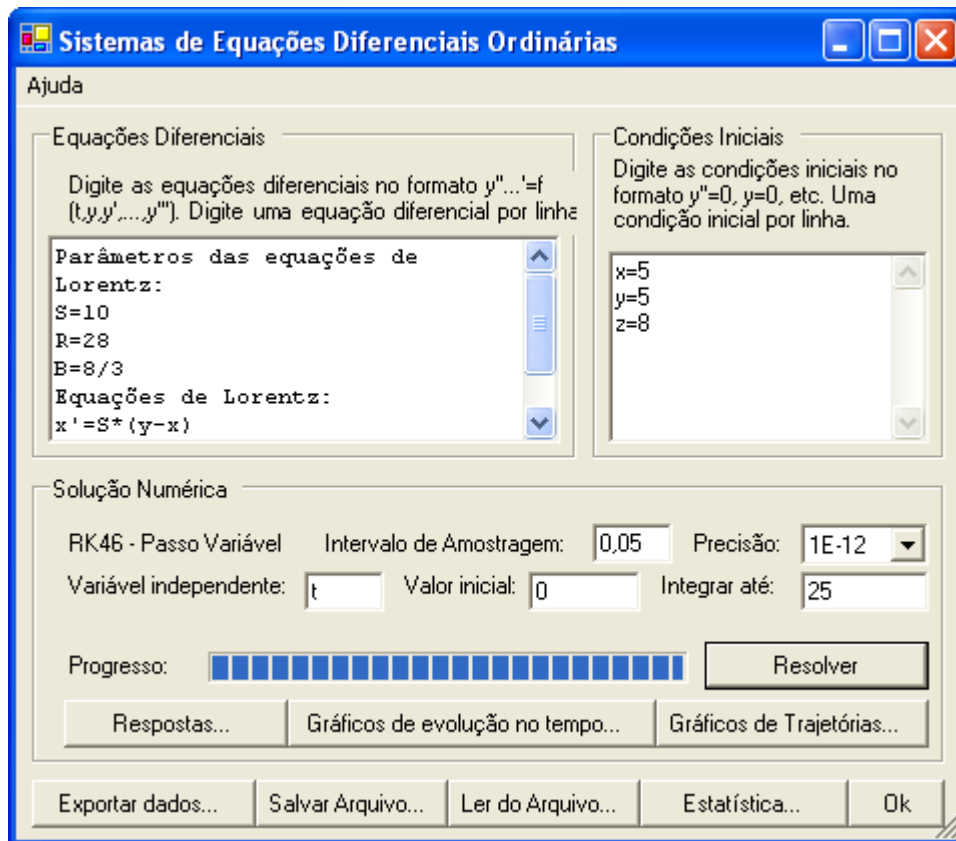


Uma vez definidas as equações diferenciais e as igualdades do sistema, basta clicar no campo de condições iniciais e definir seus valores. O programa determina automaticamente quais condições iniciais devem ser especificadas.

7.1.3 Ajuste dos Parâmetros da Solução Numérica

Os parâmetros a serem ajustados são:

- Intervalo de Amostragem – Intervalo em que os valores da função serão armazenados na memória. Por exemplo, um intervalo de amostragem de 0,001 armazena 100 vezes mais pontos do que um intervalo de amostragem de 0,1.
- Precisão – Calcula a precisão relativa admissível para o problema. *Isso não garante que a resposta atende essa precisão*, mas fornece para o solver um modo de controle para o passo variável. Para aplicações lineares ou não-caóticas, o solver fornece respostas que são, em geral, mais precisas do que a precisão especificada.
- Variável independente – Nome da variável independente que será reconhecida no conjunto de equações.
- Valor inicial – Valor inicial da variável independente. Note que todas as condições iniciais são assumidas como valores da função no valor inicial da variável independente.
- Integrar até – Valor final da variável independente.



7.1.4 Respostas, Gráficos e Estatística do Solver

Para resolver o SEDO, clique em Resolver e aguarde até que a solução esteja completa.

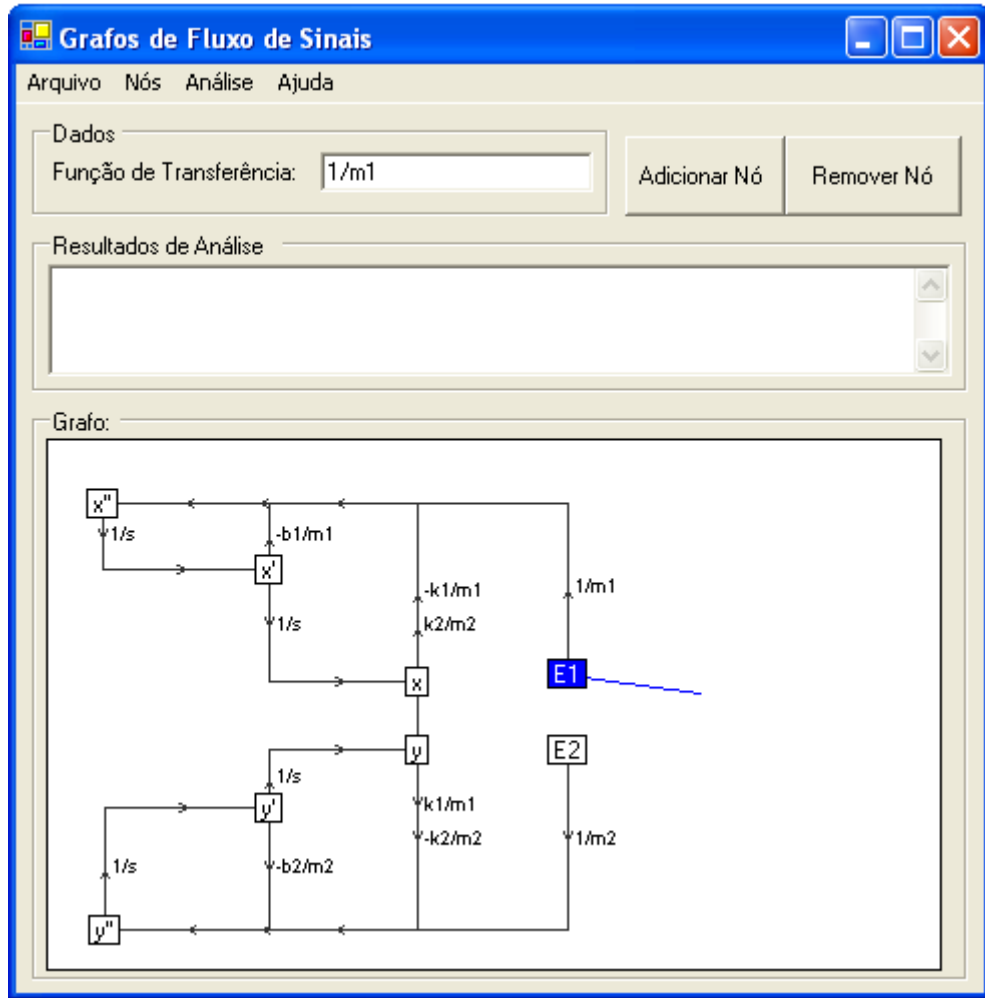
- Os valores das funções definidas por relações diferenciais e igualdades (todas as funções) podem ser visualizados clicando no botão “Respostas”. Esse botão exibe os valores no ponto final da integração.
- Os gráficos de todas as funções no tempo podem ser visualizados clicando em “Gráficos de evolução no tempo”. Devido ao grande número de funções geralmente definidas em um SEDO, nenhuma delas fica visível inicialmente no ambiente de gráficos 2D. Para visualizar os conjuntos de dados basta selecioná-los. Para maiores informações sobre a interface 2D consulte **Interface para Gráficos 2D**.
- Gráficos de trajetórias são os gráficos em que os valores de uma função dão as coordenadas x dos pontos e os valores de outra função dão as coordenadas y dos pontos. Os gráficos de trajetórias também podem ser visualizados clicando no botão “Gráficos de Trajetórias”.
- Informações técnicas sobre a execução do solver e estimativa do erro da solução podem ser visualizados clicando no botão “Estatística”.

7.1.5 Exportação de Dados/Salvar SEDOs/Ler SEDOs a partir de Arquivos

O funcionamento dos botões de importação/exportação é o seguinte:

- Exportar dados – exporta as variáveis armazenadas na solução do SEDO para o ambiente de comando do McLabEn. Nota: se as variáveis já existirem elas serão sobrescritas.
- Salvar arquivo – salva um arquivo contendo todas as equações, condições iniciais e parâmetros definidos no ambiente. Ideal para salvar um modelo de análise de equações diferenciais.
- Ler do arquivo – lê equações, condições iniciais e parâmetros a partir de um arquivo.

7.2 Grafos de Fluxo de Sinais



O recurso de grafos de fluxos de sinais implementa alguns recursos para grafos orientados, como:

- Detecção de todas as malhas fechadas
- Reconhecimento das malhas fechadas que não se tocam (2 a 2, 3 a 3, etc.)
- Detecção de todos os caminhos partindo de um nó de origem e chegando a um nó de destino
- Implementação da fórmula de Mason para o cálculo da função de transferência de um sistema dinâmico representado por seu grafo de fluxo de sinais (para maiores informações consulte a referência [3])

7.2.1 Criação do Grafo

Para a criação do grafo, são utilizados os seguintes comandos:

Descrição	Comando a ser utilizado
Alterar nome de um nó	Dê um clique duplo sobre o nó e digite o novo nome do nó
Criar um novo nó	Clique no botão Adicionar Nó
De-selecionar nó	Clique sobre o nó selecionado
Ligar o nó de origem A ao nó de destino B	Selecione o nó A e clique sobre o nó B. A função de transferência que será associada à ligação é aquela dada pela caixa de textos Função de Transferência
Modificar função de transferência	Altere a função na caixa de textos Função de Transferência
Mover nó	Selecione o nó a ser movido e clique na posição de destino do nó
Remover ligação entre o nó de origem A e o nó de destino B	Selecione o nó A e clique sobre o nó B
Remover nó	Selecione o nó a ser removido e clique no botão Remover Nó
Selecionar nó	Clique sobre o nó. O nó selecionado fica com cor de fundo azul

7.2.2 Análises do Grafo

As análises possíveis estão descritas abaixo:

Análise	Comando
Determinante do sistema dinâmico (ref [3])	Clique no menu Análise -> Determinante do Sistema
Encontrar função de transferência entre uma entrada e uma saída (ref [3])	Clique no menu Análise -> Calcular Função de Transferência. Selecione o nome do nó que corresponde à entrada e, a seguir, o nome do nó que corresponde à saída
Encontrar todas as malhas fechadas do sistema e verificar quais não se tocam 2 a 2, 3 a 3, etc.	Clique no menu Análise -> Malhas Fechadas
Encontrar todos os caminhos ligando um nó de origem a um nó de destino	Clique no menu Análise -> Caminhos entre Nós. Selecione o nome do nó de origem e o nome do nó de destino.

Após a análise ser executada, os resultados da análise são escritos na caixa de texto Resultados de Análise. No caso de cálculo de determinantes de sistema e funções de transferência, é conveniente utilizar um software de manipulação simbólica para simplificar os resultados obtidos. O formato em que o McLabEn gera as respostas é compatível com vários softwares de manipulação simbólica (Maple[®], Mathematica[®]).

7.2.3 Salvar/abrir Grafo

Para salvar o grafo construído, clique no menu Arquivo -> Salvar Grafo e defina o nome do arquivo. Para carregar um arquivo de grafo salvo, clique no menu Arquivo -> Abrir e escolha o arquivo que contém o grafo.

8. Identificador de Padrões

9. Criptografia Caótica

10. Bibliografia

[1] STOER, J., e BULIRSCH, R., 1980, *Introduction to Numerical Analysis*

[2] GEAR, C. WILLIAM., 1971, *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*

[3] ADADE, A. F., *Análise de Sistemas Dinâmicos*

Apêndice A – Constantes Pré-Definidas

As constantes relacionadas abaixo são palavras reservadas e são automaticamente convertidas para o valor tabelado no McLabEn. Nota: os comandos diferenciam maiúsculas de minúsculas (case-sensitive). Os

Constante Física	Comando(s) McLabEn para acessar	Valor (em unidades SI)*
π	Pi	3,14159265358979
Carga do elétron	cte_e	1,6021765314E-19
Comprimento de onda Compton	cte_lambdaC	2,42631021518E-12
Constante de Boltzmann	cte_k, cte_Boltzmann	1,380650324E-23
Constante de Faraday	cte_F, cte_Faraday	9,64853415E4
Constante de Planck	cte_h, cte_Planck	6,626069311E-34
Constante de Rydberg	cte_Rydberg	1,097373156854983E7
Constante de Stefan-Boltzmann	cte_sigma, cte_StefanBoltzmann	5,6704004E-8
Constante gravitacional	cte_G	6,6731E-11
Constante universal dos gases	cte_R	8,31447215
Massa do elétron em repouso	cte_me, cte_massaeletron	9,1093818872E-31
Massa do nêutron em repouso	cte_mp, cte_massaproton	1,6726215813E-27
Massa do próton em repouso	cte_mn, cte_massaneutron	1,6749271613E-27

Número de Avogadro	cte_N0, cte_Avogadro	6,0221419947E+23
Permissividade elétrica (vácuo)	cte_eps0, cte_epsilon0	8,854187817E-12
Permissividade magnética (vácuo)	cte_mu0, cte_mi0	1,2566370614E-6
Raio de Bohr	cte_a0, cte_raioBohr	5,29177208319E-12
Unidade de massa atômica	cte_uma	1,66053873E-27
Velocidade da luz no vácuo	cte_c, cte_c0	2,99792458E8

* Valores obtidos no site <http://physics.nist.gov/cuu/Constants> (National Institute of Standards and Technology).

Apêndice B – Comandos de sistema

Comando	Ação executada pelo McLabEn
listarvariaveis	Conta o número de variáveis na memória
precisao(n)	Ajusta o valor da precisão a ser exibida na tela para o valor inteiro n entre 0 e 15 (inclusive).

Apêndice C – Algoritmos a Serem Implementados

- Analisador de funções reais, com cálculo numérico de derivadas e zeros das funções e suas derivadas.
- Métodos de interpolação no ambiente de gráficos 2D (e 3D)
- Métodos de interpolação por meio de funções tipo: Spline(2.5;[1 2 3];[1 4 7]) (interpola uma Spline com valores de x = [1 2 3] e y = [1 4 7] para x=2.5).
- Criptografia de textos e documentos utilizando mapas unidimensionais em regime caótico.
- Gráficos 3D – implementado, mas recursos podem ser adicionados.
- Analisador espectral de massas de dados: série de Fourier, FFT, IFFT (implementado, mas também pode ser melhorado)
- Outros algoritmos numéricos de solução de EDOs (de passo fixo, por exemplo)
- Adicionar pacotes estatísticos que permitam fazer testes de hipótese e calcular valores para as principais distribuições aleatórias.
- Fazer o sistema NÃO ESCREVER na tela variáveis muito grandes.
- Implementar o algoritmo para Remover na Propagação de Incertezas

Apêndice D – Ordem das Componentes de Frequência da FFT

Considere-se um vetor complexo $f(1..n)$ de n amostras de uma função $f(t)$ com intervalo de amostragem Δ (com n uma potência de 2). A tabela abaixo mostra os valores da função e seu correspondente valor de tempo:

Índice	1	2	3	...	n-2	n-1	n
t(i)	0	Δ	2Δ	$(n-i)\Delta$	$(n-3)\Delta$	$(n-2)\Delta$	$(n-1)\Delta$
f(i)	$f(0)$	$f(\Delta)$	$f(2\Delta)$	$f((n-i)\Delta)$	$f((n-3)\Delta)$	$f((n-2)\Delta)$	$f((n-1)\Delta)$

Consideremos agora a transformada discreta de Fourier, $F(1..n)$. As frequências associadas a cada termo são (em Hertz):

Índice	1	2	3	4	..	n/2	n/2+1	n/2+2	...	n-2	n-1	n
f(i) *	0	$1/n\Delta$	$2/n\Delta$	$3/n\Delta$.	$(n/2-1)/n\Delta$	$1/2\Delta$	$-(n/2-1)/n\Delta$	$-3/n\Delta$	$-2/n\Delta$	$-1/n\Delta$	
F(i)	$F(f(1))$	$F(f(2))$	$F(f(3))$	$F(f(4))$		$F(f(n/2))$	$F(f(n/2+1))$	$F(f(n/2+2))$		$F(f(n-2))$	$F(f(n-1))$	$F(f(n))$

* - Frequência associada.

O comprimento de amostragem $T = (n-1)\Delta$.